

Урок з використанням ІКТ

*Розв'язування  
ірраціональних рівнянь  
10 клас*

Методична розробка  
вчителя математики  
ЗОШ №14  
м. Мелітополя  
Петрухіної Валентини  
Миколаївни

Мелітополь, 2011

# Розв'язування іраціональних рівнянь

## Мета уроку:

Систематизувати та узагальнити знання і вміння учнів розв'язувати іраціональні рівняння різними способами.

Розвивати навички колективної та самостійної роботи, логічне мислення, кмітливість, творчі здібності.

Виховувати увагу, свідоме відношення та інтерес до предмету, культуру математичної мови, потяг до самовдосконалення.

Обладнання: зошит з друкованою основою, дошка, ноутбук, мультимедійний проектор, презентація.

Епіграф до уроку:

**Узагальнення – це мабуть,  
найлегший і найочевидніший шлях  
розширення математичних знань.**

**В. Сойер**

## I Організаційний момент

Добрий день.

Сьогодні у нас з вами не зовсім звичайний урок. У нас присутні гості. Привітайтеся з ними, будь ласка. Сідайте.

Які асоціації у вас викликає слово «урок»? Давайте розкладемо його по літерах.

**У – успішність**

**Р – радість**

**О – обдарованість**

**К – кмітливість**

Сподіваюсь, що сьогодні на уроці на вас чекає і успіх, і радість, ви зможете продемонструвати свою обдарованість і кмітливість.

## II Перевірка домашнього завдання.

Діти, домашнє завдання складалось з двох частин:

по-перше – розв'язати три іраціональні рівняння;

по-друге – творча робота. Скласти кросворд: «Історичні аспекти розвитку іраціональності».

Перевіряємо.

Приклад 1.

Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{x^2 + 2x - 38} = 5$ .

Розв'язання

$$\sqrt{x^2 + 2x - 38} = 5;$$

$$x^2 + 2x - 38 = 5^2;$$

$$x^2 + 2x - 38 = 25;$$

$$x^2 + 2x - 38 - 25 = 0;$$

$$x^2 + 2x - 63 = 0;$$

$$\text{Так як } x_1 + x_2 = -2,$$

$$x_1 \cdot x_2 = -63, \text{ тоді } x_1 = -9, x_2 = 7.$$

$$\text{Відповідь: } x_1 = -9, x_2 = 7.$$

Який спосіб використали для розв'язування цього рівняння?

#### Приклад 2.

Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{x+3} - 3\sqrt[4]{x+3} + 2 = 0$ .

#### Розв'язання

$$\sqrt{x+3} - 3\sqrt[4]{x+3} + 2 = 0;$$

$$\text{Нехай } \sqrt[4]{x+3} = t, t \geq 0, \text{ тоді } \sqrt{x+3} = t^2.$$

$$\text{Маємо } t^2 - 3t + 2 = 0.$$

$$\text{Так як } t_1 + t_2 = 3,$$

$$t_1 \cdot t_2 = 2, \text{ то } t_1 = 1, t_2 = 2.$$

$$\text{Отже } \sqrt[4]{x+3} = 1 \quad \text{і} \quad \sqrt[4]{x+3} = 2$$

$$x+3 = 1 \quad x+3 = 16$$

$$x = -2 \quad x = 13$$

$$\text{Відповідь: } x = -2, x = 13.$$

Яким способом скористалися при розв'язуванні даного рівняння?

#### Приклад 3.

Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{3x-2} = 4-x$ .

#### Розв'язання

$$\sqrt{3x-2} = 4-x;$$

$$(\sqrt{3x-2})^2 = (4-x)^2;$$

$$3x-2 = 16-8x+x^2;$$

$$x^2 - 8x - 3x + 16 + 2 = 0;$$

$$x^2 - 11x + 18 = 0.$$

$$\text{Так як } x_1 + x_2 = 11,$$

$$x_1 \cdot x_2 = 18, \text{ тоді } x_1 = 2, x_2 = 9.$$

Перевірка:

$$x = 2, \quad \sqrt{3 \cdot 2 - 2} = 4 - 2;$$

$$2 = 2;$$

$$x = 9, \quad \sqrt{3 \cdot 9 - 2} \neq 4 - 9;$$

$$5 \neq -5.$$

$$\text{Відповідь: } x = 2.$$

Який спосіб для розв'язування рівняння використали?

Яку формулу скороченого множення необхідно знати?

При піднесенні до квадрата з'явилися сторонні корені?

Як відсіюють сторонні корені?

Пам'ятаємо:

При піднесенні обох частин рівняння до парного степеня можуть з'явитися сторонні корені, які відсіюють перевіркою.

При піднесенні обох частин рівняння до непарного степеня одержуємо рівняння, рівносильне заданому, тобто сторонні корені не з'являються.

### III Актуалізація опорних знань.

Проникаючи в зоряні далі,  
В таємниці земної кори,  
Математика всіх закликає,  
Ти міркуй, фантазуй і твори.

Як же проявили свою творчість наші команди?

Клас поділений на три команди(по рядам):

I «Кмітливі»

II «Винахідливі»

III «Ерудовані»

Свою презентацію демонструє I команда «Кмітливі»

Завдання. Давньогрецький учений-дослідник, який вперше довів існування ірраціональних чисел.

Хто представляє вашу роботу? Вибираємо команду опонента – ...

- 1) Що необхідно виконати для отриманих значень змінної при розв'язуванні ірраціональних рівнянь?
- 2) Спосіб, яким проводиться перевірка розв'язків ірраціональних рівнянь?
- 3) Як називається знак кореня?
- 4) Як називаються рівняння, в яких під знаком кореня міститься змінна?
- 5) Як називається корінь третього степеня?
- 6) Скільки коренів має рівняння  $x^2 = a$ , якщо  $a < 0$  ?

перевірку  
підстановка  
радикал  
ірраціональні  
кубічний  
жодного

Отримали кодове слово «Евклід».

Евклід – початок III ст. до н.е.

Евклід – великий вчений, який жив у III столітті до нашої ери в Стародавній Греції. Був запрошений в Олександрію царем Птолемеєм I для організації математичної школи. Евклід відомий усьому світові завдяки своїй праці «Начала», яка складається з 13 книг, до яких пізніше додали 14 та 15 книги.



За «Началами» Евкліда протягом багатьох століть вивчали геометрію в усіх школах.

Вчитель:

Поняття ірраціональності асоціюється із зображенням кореня. Грецькі математики замість слів «Знайти корінь» приказували «Знайти сторону квадрату за його площею». Знак кореня вперше з'явився в 1525 році.

Презентація II команди «Винахідливі»

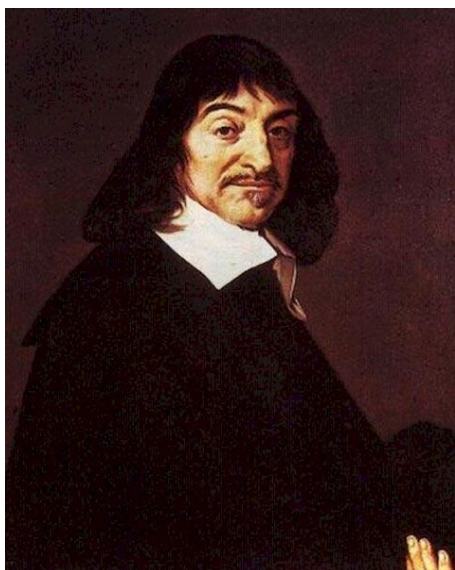
Завдання: Хто вперше ввів зображення кореня?

Представляє роботу ... Вибираємо команду опонента – ...

- 1) Скільки розв'язків має рівняння  $x^2 = 0$  ?
- 2) Корінь якого степеня існує з будь-якого числа?
- 3) Як називається корінь другого степеня?
- 4) Скільки коренів має рівняння  $x^2 = a$ , якщо  $a > 0$  ?
- 5) Корінь якого степеня існує лише з невід'ємного числа?
- 6) Як називається корінь рівняння, який утворюється в результаті нерівносильних перетворень?

ОДИН  
непарного  
квадратний  
два  
парного  
сторонній

Кодове слово «Декарт»



Декарт Рене (1596-1650)

Декарт – великий французький філософ, математик, який першим дослідив важливі властивості алгебраїчних рівнянь, першим ввів поняття змінної величини, один із засновників аналітичної геометрії. Головні роботи: «Геометрія», «Роздуми про метод».

Презентація III команди «Ерудовані»

Завдання: Хто ввів сучасне зображення кореня?

Представляє роботу ... Вибираємо команду опонента – ...

- 1) Як називається рівність в якій міститься змінна?
- 2) Як називається значення змінної, при якому рівняння перетворюється на вірну числову рівність?
- 3) «Мовчазний» вчитель сучасного учня?
- 4) Яку теорему використовують при розв'язуванні квадратних рівнянь?
- 5) Як називаються рівняння, якщо вони мають одні й ті самі корені або не мають коренів взагалі?
- 6) Як називаються ірраціональні вирази, що містять протилежні арифметичні дії «-» та «+»?

рівняння  
корінь  
комп'ютер  
Вієта  
рівносильні  
спряжені

Маємо кодове слово «Ньютон»



Ньютон Ісак (1642-1727)

Ньютон – великий англійський вчений, який відкрив основні закони природи, закони Ньютона, ввів сучасне зображення кореня. Засновник класичної механіки, законів всесвітнього тяжіння. За видатні відкриття його було названо «прикрасою людського роду».

Дякую всім командам за творчу роботу.

Прошу всіх виставити в накопичувальну картку самооцінки за творчу роботу 4<sup>Б</sup>.

**Я знаю**

IV Розв'язування вправ.

Пам'ятайте:

**Якщо ви хочете навчитись плавати,  
То сміливо заходьте у воду,  
А якщо хочете навчитись розв'язувати задачі,  
То розв'яжуйте їх.**

**Д. Пойа**

Сьогодні на уроці ми систематизуємо знання та вміння розв'язувати ірраціональні рівняння різними способами.

Повторюємо. Які способи розв'язування рівнянь ви знаєте?



Які способи були використані в домашньому завданні?

Діти, сьогодні ми працюємо в зошитах з друкованою основою. Записуємо число, Класна робота, Тема уроку...

### Розв'язування ірраціональних рівнянь

## **Я вмію**

### *Піднесення до степеня*

Приклад 1. (усно)

Знайти помилку, яку допустили при розв'язуванні рівняння:

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{x+20} = 8.$$

Розв'язання

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{x+20} = 8.$$

Піднесемо обидві частини рівняння до квадрата.

$$(\sqrt{x+4} + \sqrt{x+20})^2 = 8^2;$$

$$(\sqrt{x+4})^2 + (\sqrt{x+20})^2 = 64;$$

$$x+4+x+20=64;$$

$$2x+24=64;$$

$$2x=64-24;$$

$$2x=40;$$

$$x=40:2;$$

$$x=20.$$

Перевірка:  $\sqrt{20+4} + \sqrt{20+20} \neq 8$ , так як  $\sqrt{24} > 4$ ,  $\sqrt{40} > 6$ , тоді  $\sqrt{24} + \sqrt{40} > 10$ .

Відповідь: коренів немає.

Яку помилку допустили? Ваше домашнє завдання – виправити помилку і розв'язати рівняння вірно.

### *Дослідження області допустимих значень змінної*

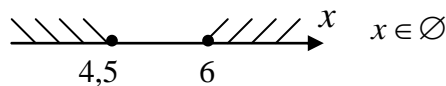
Приклад 2. (Індивідуально біля дошки з послідуною перевіркою) Розв'яжіть рівняння:

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{9-2x} = \sqrt{2x-12}.$$

Розв'язання

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{9-2x} = \sqrt{2x-12}.$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x+1 \geq 0, \\ 9-2x \geq 0, \\ 2x-12 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -1, \\ -2x \geq -9, \\ 2x \geq 12; \end{cases} \begin{cases} x \geq -1, \\ x \leq 4,5 \\ x \geq 6; \end{cases} \begin{cases} x \geq 6 \\ x \leq 4,5 \end{cases}$$



Система розв'язків немає, тоді й рівняння розв'язків немає.  
Відповідь: розв'язків немає.

### Графічний спосіб

Приклад 3. (Індивідуально за ноутбуком з послідуною перевіркою на мультимедійному екрані)  
Розв'яжіть рівняння:

$$\sqrt{7-x} = x-1.$$

Розв'язання

$$\sqrt{7-x} = x-1.$$

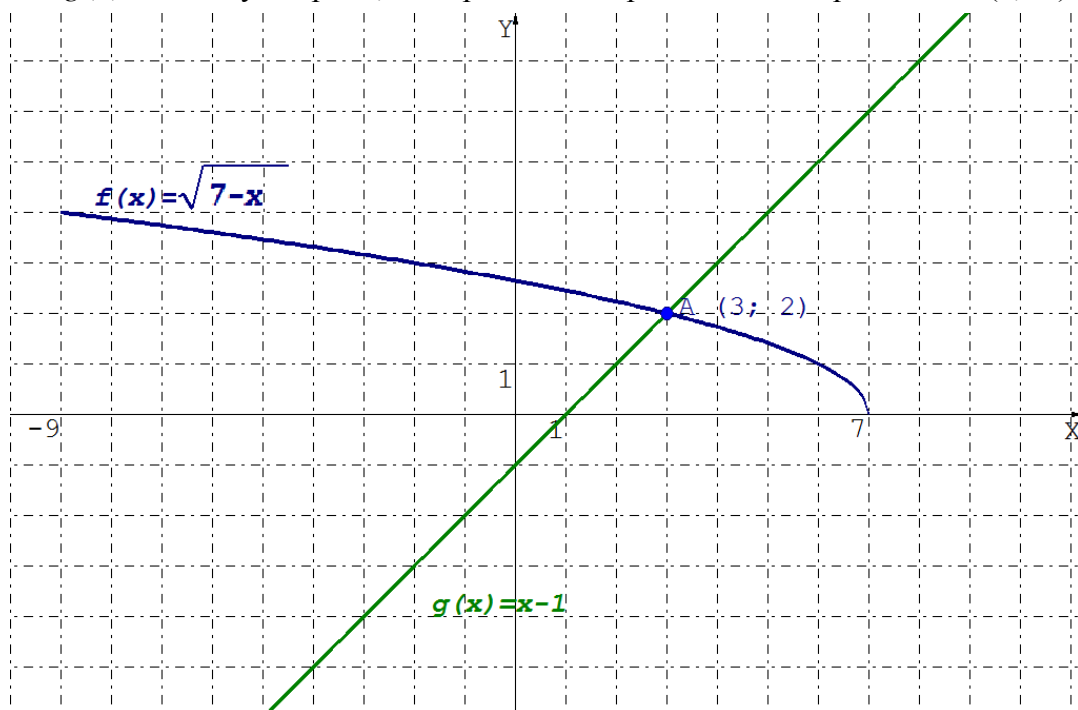
Введемо функції  $f(x) = \sqrt{7-x}$  і  $g(x) = x-1$  у програму Gran і побудуємо за допомогою неї графіки цих функцій.

Графіком  $f(x) = \sqrt{7-x}$  буде вітка параболи, область визначення якої  $7-x \geq 0$   
 $-x \geq -7$   
 $x \leq 7$ .

Складаємо таблицю значень:

<b>x</b>	-18	-9	-2	3	6	7
<b>y</b>	5	4	3	2	1	0

Графіком  $g(x) = x-1$  буде пряма, яка проходить через точки з координатами (0; -1) і (1; 0).



Графіки перетинаються в одній точці  $A(3; 2)$ . Розв'язком рівняння буде абсциса точки  $A$ , тобто  $x = 3$ .

Відповідь:  $x = 3$ .

### Множення на спряжений вираз

Приклад 4. (Колективно)

Розв'яжіть рівняння:



$$\sqrt{x+4} + \sqrt{20+x} = 8.$$

Розв'язання

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{20+x} = 8.$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x+4 \geq 0, \\ 20+x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -4, \\ x \geq -20; \end{cases} \Rightarrow x \geq -4.$$

Нехай спряжений вираз до умови позначимо  $y$ , тобто  $\sqrt{x+4} - \sqrt{20+x} = y$ .

Перемножимо почленно дві рівності. Маємо:

$$(\sqrt{x+4} - \sqrt{20+x})(\sqrt{x+4} + \sqrt{20+x}) = 8y;$$

Яку формулу використаємо?

$$(\sqrt{x+4})^2 - (\sqrt{20+x})^2 = 8y;$$

$$x+4 - (20+x) = 8y;$$

$$x+4 - 20 - x = 8y;$$

$$8y = -16;$$

$$y = -2;$$

Складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} + \sqrt{20+x} = 8, \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{20+x} = -2; \end{cases} \text{ спосіб додавання}$$

$$2\sqrt{x+4} = 6;$$

$$\sqrt{x+4} = 3;$$

За означенням квадратного кореня маємо:

$$x+4 = 9;$$

$$x = 5; \quad 5 \in \text{ОДЗ}$$

$$\text{Перевірка: } \sqrt{5+4} + \sqrt{20+5} = 8;$$

$$3+5 = 8;$$

$$8 = 8.$$

Відповідь:  $x = 5$ .

### Виділення повного квадрата

Приклад 5.

Розв'яжіть рівняння:

$$\sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 10x + 25} = 10.$$

Розв'язання

$$\sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 10x + 25} = 10.$$

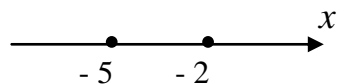
Скористаємося формулою квадрат суми. Маємо:

$$\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{(x+5)^2} = 10;$$

За властивостями квадратного кореня:

$$|x+2| + |x+5| = 10;$$

$$\text{Нулі: } x = -2, \quad x = -5$$



Розглянемо кожен інтервал окремо:

а) якщо  $x \in (-\infty; -5)$ , тоді

$$-x-2-x-5=10;$$

$$-2x-7=10;$$

$$-2x=17;$$

$$x=-8,5;$$

$$-8,5 \in (-\infty; -5)$$

б) якщо  $x \in [-5; -2]$ , тоді

$$-x-2+x+5=10;$$

$$3 \neq 10$$

Розв'язків немає

в) якщо  $x \in (-2; +\infty)$ , тоді

$$x+2+x+5=10;$$

$$2x+7=10;$$

$$2x=3;$$

$$x=1,5;$$

$$1,5 \in (-2; +\infty).$$

Відповідь:  $x = -8,5$ ,  $x = 1,5$ .

### Метод оцінки

Приклад 6. (Усно) вчитель

$$2\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2+9} = 5 - x^2.$$

Оцінимо значення лівої та правої частини рівняння.

Для лівої частини маємо:

$$\text{Так як } x^2 \geq 0, \text{ то } x^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 1} \geq 1,$$

$$x^2 + 9 \geq 9 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 9} \geq 3, \text{ тоді}$$

$$2\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2+9} \geq 5.$$

Для правої частини маємо:

$$\text{Так як } x^2 \geq 0, \text{ то } -x^2 \leq 0, \text{ а } 5 - x^2 \leq 5.$$

Можемо зробити висновок, що ліва і права частини рівняння одночасно можуть мати значення тільки **5**, тоді маємо:

$$5 - x^2 = 5,$$

$$x^2 = 0,$$

$$x = 0.$$

Відповідь:  $x = 0$ .

### Я зможу

#### V Самостійна робота.

Тестова самостійна робота в парах. Кожна команда отримала своє завдання.

Ів. розв'язує непарні номери

Пв. парні номери

**Не все на світі просто, але є  
Якась закономірність саме в тому,  
Що істина раптово постає  
Крізь ліс ускладнень, в самому простому.**

Запрошуємо гостей до активної роботи. IV команда «Досвідчені». Допоможіть нашим учням дізнатися ГОЛОВНЕ життєве кредо!

Бажаю успіху! (чутно музику з композиціями Relax)

Перевіряємо, назвіть кодове слово:

I команда – ПРАЦЮЙ

II команда – ЗАВЯТО

III команда – СТАНЕСИ

IV команда – УСПІШНИМ

Виставляємо кожен індивідуально свою кількість балів в картку самооцінки. Підведемо підсумок.

В картках самооцінки по кількості набраних балів виставили оцінку.

Підніміть руки, у кого

від  $10^B$  до  $12^B$

від  $7^B$  до  $9^B$

від  $4^B$  до  $6^B$

Можемо зробити висновок, що ми успішно працювали!

## VI Підсумок

Розв'язання яких рівнянь ми розглядали?

Які способи розв'язування рівнянь ми повторили?

Як вам працювалось на уроці?

Зверніть увагу на слайд зі сходишками. На початку вивчення теми я посіяла зерна знань, вони проросли і розквіт чудовий сад вмінь та навичок, який завдяки наполегливій праці дав свої плоди – ваші оцінки.



Підніміть сигнальні картки?(картки трьох кольорів)

Чи кожен з вас зібрав достойний врожай?

Бачимо, що всі крокують до вершини, але більшість її досягли.

## VII Домашнє завдання.

1) Виправить помилку Приклад 1.

2) По пам'яті розв'язати рівняння  $\sqrt{7-x} = x-1$  графічним способом.

3) № 471(2), № 475(1).

I на закінчення:

**Не махай на все рукою,  
Не лілуйся, а учись,  
Бо, чого навчишся в школі,  
Знадобиться ще колись.**

**П. Охацька**

**Дякую всім за урок!**

# Література

1. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Навчальні програми для старшої профільної 11-річної школи. [www.mon.gov.ua](http://www.mon.gov.ua)
2. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А. Алгебра і початки аналізу. 10 клас. Навчальний посібник. – Харків: «Гімназія», 2011.
3. Бібліотека журналу «Математика в школах України». Відкриті уроки з математики. – Харків: «Основа», 2005.
4. Бібліотека журналу «Математика в школах України». Інтерактивні технології на уроках математики. – Харків: «Основа», 2007.
5. Роганін О.М., Каплун О.І. Математика за всією шкільною програмою. Практичний довідник. – Харків: «Весна», 2009.
6. Капіносов А.М., Білоусова Г.М. Зовнішнє оцінювання. Математика. Навчальний посібник. – Тернопіль: «Підручники і посібники», 2009.
7. Гальперіна А.Р., Михеєва О.Я. Математика. Типові тестові завдання. Збірник. – Харків: «Факт», 2008, 2009, 2010.